Проект 1 (управление артериальным давлением – матричная модель)

Цель проекта – разработать (программную) систему управления артериальным давлением для больных гипертонической болезнью на основании измерений систолического (верхнего) и диастолического (нижнего) артериального давления и с помощью лекарственных препаратов, понижающих давление. В качестве статистических данных для системы используются регулярные измерения артериального давления при вариабельных дозах лекарственных препаратов. Методологической основой проекта является математическая теория управления.

Обозначим

 - систолическое (верхнее) артериальное давление (мм. рт. ст.),

 - диастолическое (нижнее) артериальное давление,

 - доза снижающего давление препарата1,

 - доза снижающего давление препарата2,

 - нормальное (целевое) систолическое артериальное давление ( мм. рт. ст.),  - нормальное (целевое) диастолическое артериальное давление ( мм. рт. ст.),

Здесь указаны два лекарственных препарата (например, один из них - диуретик), хотя их может и больше или меньше (только один).

Пусть уравнение динамики давления имеет вид:

 , 

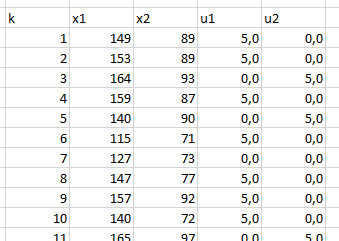
Обозначим

, , , , .

В матричной форме уравнение динамики имеет вид:

, .

Статистические данные (см. ниже) для модели имеют вид ():



1. Во первых, необходимо идентифицировать параметры модели (т.е. элементы матриц ) методом наименьших квадратов. Для этого необходимо найти решение (матрицы  ) оптимизационной задачи (квадратичного программирования):

,

где неизвестными переменными являются элементы матриц ;  - статистические данные,  - евклидова норма вектора (квадратный корень из суммы квадратов координат). На матрицу  можно наложить условие неположительности, т.е. что прием лекарств понижает артериальное давление.

Как альтернативный вариант, можно решать регуляризованную задачу:



Где  - так называемый параметр регуляризации (подбирается, улучшает свойства задачи), , , .

1. После нахождения матриц модель принимает вид:

,

или в явной форме

,

где  - входные переменные ( - измеряемая переменная состояния,  - управляемая переменная).

Теперь все готово для программирования правила принятия решения по дозам лекарств.

Обозначим целевые уровни давления . Тогда план приема лекарств  при измеренном текущем векторе давления  находится из решения оптимизационной задачи:

.

Здесь  есть прогнозный уровень давления при текущем измерении  и потенциальной дозе лекарств ,  - область допустимых доз лекарств.

1. Можно исследовать данную задачу на устойчивость к возмущениям. Для этого нужно переписать модель в переменных отклонения (от рабочей точки = базовых уровней давления).

Из статистических данных  можно найти некоторую опорную точку , например, такую, что

.

Дополним опорную пару входных значений  выходным значением модели  и перепишем модель в переменных отклонения относительно опорной точки, , , , т.е.

.

В переменных отклонения модель является чисто линейной и не содержит свободного члена в правой части.

В переменных отклонения правило принятия решения по дозам лекарств выглядит следующим образом. Обозначим целевые уровни давления (в отклонениях) . Тогда план приема лекарств  при измеренном текущем векторе давления  находится из решения оптимизационной задачи:

.

Здесь  есть прогнозный уровень давления при текущем измерении  и потенциальной дозе лекарств ,  - область допустимых доз лекарств (в отклонениях).

1. Каково условие асимптотической устойчивости данной линейной дискретной системы ?
2. Как будет выглядеть управление, построенное по принципу отрицательной обратной связи по состоянию? Если , где  - двумерная квадратная матрица (усиления), например, диагональная, то каковы должны быть условия на , чтобы система



была устойчивой?

Данные модели

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| k | x1 | x2 | u1 | u2 |
| 1 | 149 | 89 | 5,0 | 0,0 |
| 2 | 153 | 89 | 5,0 | 0,0 |
| 3 | 164 | 93 | 0,0 | 5,0 |
| 4 | 159 | 87 | 5,0 | 0,0 |
| 5 | 140 | 90 | 0,0 | 5,0 |
| 6 | 115 | 71 | 5,0 | 0,0 |
| 7 | 127 | 73 | 0,0 | 0,0 |
| 8 | 147 | 77 | 5,0 | 0,0 |
| 9 | 157 | 92 | 5,0 | 0,0 |
| 10 | 140 | 72 | 5,0 | 0,0 |
| 11 | 165 | 97 | 0,0 | 5,0 |
| 12 | 167 | 97 | 10,0 | 0,0 |
| 13 | 165 | 99 | 10,0 | 0,0 |
| 14 | 154 | 88 | 5,0 | 0,0 |
| 15 | 158 | 92 | 0,0 | 5,0 |
| 16 | 144 | 76 | 5,0 | 0,0 |
| 17 | 143 | 81 | 0,0 | 5,0 |
| 18 | 139 | 82 | 5,0 | 0,0 |
| 19 | 151 | 94 | 0,0 | 5,0 |
| 20 | 141 | 78 | 5,0 | 0,0 |
| 21 | 169 | 92 | 5,0 | 0,0 |
| 22 | 169 | 87 | 5,0 | 0,0 |
| 23 | 160 | 92 | 0,0 | 5,0 |
| 24 | 138 | 72 | 5,0 | 0,0 |
| 25 | 149 | 92 | 0,0 | 5,0 |
| 26 | 148 | 85 | 5,0 | 0,0 |
| 27 | 160 | 93 | 0,0 | 5,0 |
| 28 | 142 | 79 | 5,0 | 0,0 |
| 29 | 166 | 97 | 0,0 | 5,0 |
| 30 | 161 | 87 | 5,0 | 0,0 |
| 31 | 146 | 89 | 0,0 | 5,0 |
| 32 | 141 | 73 | 5,0 | 0,0 |
| 33 | 141 | 85 | 0,0 | 5,0 |
| 34 | 128 | 76 | 5,0 | 0,0 |
| 35 | 138 | 83 | 0,0 | 0,0 |
| 36 | 137 | 83 | 5,0 | 0,0 |
| 37 | 156 | 95 | 0,0 | 5,0 |
| 38 | 151 | 89 | 5,0 | 0,0 |
| 39 | 145 | 82 | 0,0 | 5,0 |
| 40 | 142 | 83 | 5,0 | 0,0 |
| 41 | 119 | 72 | 0,0 | 5,0 |
| 42 | 117 | 66 | 0,0 | 0,0 |
| 43 | 138 | 78 | 0,0 | 0,0 |
| 44 | 145 | 87 | 0,0 | 0,0 |
| 45 | 144 | 84 | 0,0 | 0,0 |
| 46 | 132 | 75 | 0,0 | 0,0 |
| 47 | 157 | 91 | 0,0 | 10,0 |
| 48 | 143 | 85 | 0,0 | 0,0 |
| 49 | 135 | 86 | 0,0 | 0,0 |
| 50 | 141 | 76 | 0,0 | 0,0 |
| 51 | 172 | 93 | 0,0 | 0,0 |
| 52 | 160 | 88 | 0,0 | 0,0 |
| 53 | 160 | 91 | 0,0 | 5,0 |
| 54 | 174 | 98 | 10,0 | 0,0 |
| 55 | 156 | 96 | 0,0 | 10,0 |
| 56 | 143 | 83 | 0,0 | 0,0 |
| 57 | 153 | 89 | 0,0 | 0,0 |
| 58 | 152 | 91 | 10,0 | 0,0 |
| 59 | 145 | 89 | 0,0 | 5,0 |
| 60 | 144 | 83 | 0,0 | 0,0 |
| 61 | 175 | 102 | 0,0 | 10,0 |
| 62 | 118 | 72 | 0,0 | 0,0 |
| 63 | 150 | 90 | 0,0 | 7,5 |
| 64 | 125 | 75 | 0,0 | 0,0 |
| 65 | 156 | 88 | 0,0 | 7,5 |
| 66 | 139 | 82 | 5,0 | 0,0 |
| 67 | 140 | 92 | 0,0 | 7,5 |
| 68 | 162 | 91 | 10,0 | 0,0 |
| 69 | 165 | 94 | 0,0 | 7,5 |
| 70 | 130 | 82 | 5,0 | 0,0 |
| 71 | 133 | 85 | 0,0 | 5,0 |
| 72 | 123 | 75 | 5,0 | 0,0 |
| 73 | 128 | 85 | 0,0 | 5,0 |
| 74 | 118 | 73 | 0,0 | 0,0 |
| 75 | 135 | 82 | 0,0 | 0,0 |
| 76 | 153 | 90 | 5,0 | 0,0 |
| 77 | 132 | 81 | 0,0 | 0,0 |
| 78 | 169 | 92 | 10,0 | 0,0 |
| 79 | 142 | 85 | 0,0 | 0,0 |
| 80 | 144 | 87 | 5,0 | 0,0 |
| 81 | 144 | 92 | 0,0 | 5,0 |
| 82 | 130 | 82 | 5,0 | 0,0 |
| 83 | 141 | 85 | 0,0 | 0,0 |
| 84 | 129 | 84 | 5,0 | 0,0 |
| 85 | 134 | 84 | 0,0 | 0,0 |
| 86 | 141 | 86 | 0,0 | 0,0 |
| 87 | 133 | 84 | 0,0 | 0,0 |
| 88 | 119 | 78 | 0,0 | 0,0 |
| 89 | 181 | 103 | 0,0 | 10,0 |
| 90 | 154 | 91 | 10,0 | 0,0 |
| 91 | 157 | 93 | 0,0 | 5,0 |
| 92 | 149 | 86 | 2,5 | 0,0 |
| 93 | 133 | 83 | 0,0 | 0,0 |
| 94 | 144 | 81 | 0,0 | 0,0 |
| 95 | 147 | 87 | 0,0 | 5,0 |
| 96 | 122 | 69 | 0,0 | 0,0 |
| 97 | 151 | 84 | 0,0 | 0,0 |
| 98 | 139 | 84 | 5,0 | 0,0 |
| 99 | 150 | 95 | 0,0 | 5,0 |
| 100 | 132 | 82 | 0,0 | 0,0 |
| 101 | 158 | 100 | 5,0 | 10,0 |
| 102 | 125 | 80 | 5,0 | 0,0 |
| 103 | 131 | 83 | 0,0 | 0,0 |
| 104 | 130 | 76 | 0,0 | 0,0 |
| 105 | 159 | 91 | 10,0 | 5,0 |
| 106 | 129 | 76 | 0,0 | 0,0 |
| 107 | 170 | 99 | 0,0 | 10,0 |
| 108 | 144 | 82 | 5,0 | 0,0 |
| 109 | 146 | 85 | 10,0 | 0,0 |
| 110 | 137 | 80 | 10,0 | 0,0 |
| 111 | 143 | 90 | 0,0 | 5,0 |
| 112 | 152 | 89 | 10,0 | 0,0 |
| 113 | 164 | 97 | 0,0 | 0,0 |
| 114 | 150 | 88 | 10,0 | 0,0 |
| 115 | 150 | 95 | 0,0 | 0,0 |
| 116 | 138 | 80 | 10,0 | 0,0 |
| 117 | 141 | 92 | 0,0 | 0,0 |
| 118 | 138 | 82 | 5,0 | 0,0 |
| 119 | 134 | 89 | 0,0 | 0,0 |
| 120 | 152 | 88 | 10,0 | 0,0 |
| 121 | 152 | 86 | 0,0 | 0,0 |